

Exercice page 176

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$\vec{v}_1$ $\vec{v}_2$

• $\vec{b} \notin \text{Im}(A)$ car $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \alpha \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \beta \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4\alpha = 1 \\ 2\beta = 0 \\ \alpha + \beta = 2 \end{cases} \quad \text{incompatible!}$$

- $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ non colinéaires $\Rightarrow$ les colonnes de A sont lin. indépendantes $\Rightarrow$ il y aura une sol. unique au sens des moindres carrés.

En utilisant l'équation normale:

$$A^T A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$A^T \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$\Rightarrow$ l'éq. normale est

$$\begin{pmatrix} 17 & 1 \\ 1 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 17x_1 + x_2 = 6 \\ x_1 + 5x_2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -84x_2 = -28 \\ x_1 = 2 - 5x_2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_2 = 1/3 \\ x_1 = 2 - 5/3 = 1/3 \end{cases} = \vec{x} = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \end{pmatrix} \quad \text{sol. au sens des moindres carrés}$$